

La constante de structure fine α est-elle arbitraire ou est-elle fixée?

Jean Pestieau¹

18 décembre 2008

La détermination la plus précise de la constante de structure fine α a été donnée en référence [1]:

$$\alpha^{-1} = 137.035\,999\,084 \quad (51) \quad (1)$$

ou encore

$$e = \sqrt{4\pi\alpha} = 0.302\,822\,120\,87 \quad (6) \quad (2)$$

Nous allons indiquer une relation remarquable entre e (ou α) et π . Il ne s'agit pas d'une relation approchée comme

$$\frac{3}{e\pi^2} = 1.0038 \quad (3)$$

ou encore

$$\frac{1}{e\pi \cosh(\frac{1}{\pi})} = 1.000052302 \quad (4)$$

mais d'une relation très précise et motivée.

Nous définissons d'abord e_0 et e_1 , deux paramètres dont la valeur est relativement proche de e :

$$e_0 = \frac{\sqrt{13} - 3}{2} = 0.302\,775\,637\,731\,995, \quad (5)$$

solution de l'équation

$$\frac{1}{e_0} - e_0 = 3 \quad (6)$$

introduite en références [2] et [3]

et

$$e_1 = \frac{2\pi}{2\pi^2 + 1} = 0.302\,961\,668\,745\,990. \quad (7)$$

Il y a une relation simple qui relie e , e_0 et e_1 :

$$\left(\frac{1}{e} - \frac{3}{4e_0} - \frac{1}{4e_1}\right) + \sqrt{2} \left(e - \frac{3}{4}e_0 - \frac{1}{4}e_1\right) = 0. \quad (8)$$

¹Institut de Physique Théorique, Université catholique de Louvain, Belgique – jean.pestieau@uclouvain.be

La solution de l'équation (8) est

$$e = 0.302\ 822\ 120\ 871\ 926 \quad (9)$$

ou

$$\alpha^{-1} = 137.035\ 999\ 083\ 843, \quad (10)$$

en parfait accord avec les valeurs données en équations (1) et (2).

Examinons de plus près l'équation (8). Elle peut être obtenue de deux équations dépendantes d'un paramètre f de la façon suivante:

$$e = \frac{3}{4}e_0 + \frac{1}{4}e_1 + f \quad (11)$$

$$\frac{1}{e} = \frac{3}{4e_0} + \frac{1}{4e_1} - \sqrt{2}f. \quad (12)$$

Il est facile de calculer f à partir des équations (11) et (12):

$$\sqrt{2}f^2 - f \left[\left(\frac{3}{4e_0} + \frac{1}{4e_1} \right) - \sqrt{2} \left(\frac{3}{4}e_0 + \frac{1}{4}e_1 \right) \right] + \left[1 - \left(\frac{3}{4e_0} + \frac{1}{4e_1} \right) \left(\frac{3}{4}e_0 + \frac{1}{4}e_1 \right) \right] = 0. \quad (13)$$

La valeur de f obtenue de l'équation (13) est

$$f = -0.000\ 000\ 024\ 613\ 569 \quad (14)$$

en utilisant les équations (5) et (7).

Soustrayant l'équation (11) de l'équation (12), nous obtenons, en utilisant l'équation (6),

$$\frac{1}{e} - e = 3 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{e_1} - e_1 - 3 \right) - (1 + \sqrt{2})f. \quad (15)$$

L'équation (15) est équivalente à l'équation (8) en ce qui concerne la détermination de e .

Nous constatons que l'équation (6) est une forme approchée de l'équation (15) puisque, en utilisant les équations (7) et (14), nous obtenons de l'équation (15) que

$$\frac{1}{e} - e = 2.999\ 446\ 541\ 406\ 331. \quad (16)$$

Le résultat central de cette note est la valeur de e (ou de α) donnée à l'équation (9) (ou (10)).

Une manière de motiver cette note est de se rappeler qu'expérimentalement [4]

$$\cos \theta_W = \frac{m_W}{m_Z} = 0.8817 \pm 0.0003. \quad (17)$$

où m_W et m_Z sont respectivement les masses des bosons W et Z .

De là nous déduisons que

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta_W\right) = 0.3028 \pm 0.0007 \quad (18)$$

$$2 \tan 2\theta_W = 2.9993 \pm 0.0083. \quad (19)$$

Comme fait en références [2] et [3], il est tentant d'identifier $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta_W\right)$ et e :

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta_W\right) = e = 0.302822. \quad (20)$$

La relation trigonométrique

$$\frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta_W\right)} - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta_W\right) = 2 \tan 2\theta_W \quad (21)$$

peut alors être identifiée à l'équation (16) en utilisant les équations (18), (19) et (20).

Il n'est pas impossible que la constante de structure fine α soit bien fixée dans l'univers et ne soit pas un paramètre arbitraire dans le multivers. Il n'est pas impossible que l'hypothèse du multivers ne soit qu'une bulle métaphysique et qu'elle peut éclater et faire ainsi retourner l'ensemble des physiciens théoriciens vers la physique du réel.

Concluons par cette citation de Feynmann [5]:

There is a most profound and beautiful question associated with the observed coupling constant, e —the amplitude for a real electron to emit or absorb a real photon. It is a simple number that has been experimentally determined to be close to -0.08542455 . (My physicist friends won't recognize this number, because they like to remember it as the inverse of its square: about 137.03597 with about an uncertainty of about 2 in the last decimal place. It has been a mystery ever since it was discovered more than fifty years ago, and all good theoretical physicists put this number up on their wall and worry about it.)

Immediately you would like to know where this number for a coupling comes from: is it related to π or perhaps to the base of natural logarithms? Nobody knows. It's one of the greatest damn mysteries of physics: a magic number that comes to us with no understanding by man. You might say the "hand of God" wrote that number, and "we don't know how He pushed his pencil." We know what kind of a dance to do experimentally to measure this number very accurately, but we don't know what kind of dance to do on the computer to make this number come out—without putting it in secretly!

Dont voici la traduction [6]:

La constante de couplage observée e — l’amplitude d’émission ou d’absorption d’un photon réel par un électron réel — pose une problème aussi fondamental que passionnant. C’est un simple nombre dont la valeur expérimentale tourne autour de $-0,085\ 424\ 55$. (Mes collègues physiciens ne reconnaîtront pas ce nombre, car ils préfèrent retenir par coeur l’inverse de son carré: environ $137,035\ 97$ avec une incertitude de l’ordre de 2 sur le dernier chiffre. Ce nombre reste une énigme depuis sa découverte il y a cinquante ans, et tout bon physicien théoricien en est obsédé.)

La première chose que l’on voudrait savoir, c’est quelle est l’origine de ce nombre de couplage: est-il relié à π , ou peut-être la base des logarithmes naturels? Personne ne le sait. C’est l’un des *plus grands* mystères de la physique: un *nombre magique* donné à l’homme sans qu’il y comprenne quoi que ce soit. On pourrait dire que “la main de Dieu” a tracé ce nombre, et que “l’on ignore ce qui a fait courir Sa plume”. On connaît le rituel expérimental auquel il faut procéder pour mesurer ce nombre, mais on ne sait pas quel programme il faut mettre dans un ordinateur pour en faire sortir ce nombre, à moins de l’avoir introduit subrepticement.

Je remercie Patrick Pestieau pour plusieurs discussions et son aide calculatoire.

References

- [1] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita, M. Nio, Phys. Rev. *D77*: 053012 (2008) ; arXiv: 0712.2607 (hep-ph)
- [2] G. Lopez Castro, J. Pestieau, arXiv: 9804272 (hep-ph)
- [3] G. Lopez Castro, J. Pestieau, Mod. Phys. Lett. *A22*, 2929 (2007) ; arXiv: 0609131 (hep-ph)
- [4] C. Amsler *et al.*, *2008 Review of Particle Physics*, Phys. Lett. *B667*, 1 (2008)
- [5] R.P. Feynman, QED—The strange theory of light and matter, Princeton University Press, 1985, p. 129
- [6] Richard Feynman, Lumière et matière. Une étrange histoire, InterEditions, 1987, p. 171